

TRANSPONOVANA MATRICA

Ako je A matrica tipa $m \times n$, onda se njena transponovana matrica A^T dobija kada u matrici A kolone i vrste zamijene mjesta. Tip matrice A^T je onda naravno $n \times m$.

Transponovana matrica matrice

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mn}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{nm} \text{ tj}$$

je matrica A^T oblika

$$A \rightarrow A^T \Leftrightarrow a_{ij} \rightarrow a_{ji}$$

Primjer

Ako je

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ onda je}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Kvadratna matrica A je:

1. Simetrična ako je

$$A^T = A, \text{ tj. } a_{ji} = a_{ij} \text{ za sve } i, j$$

2. Antisimetrična ako je

$$A^T = -A \text{ tj. } a_{ji} = -a_{ij} \text{ za sve } i, j.$$

Tada je i $a_{ii} = -a_{ii} = 0$ za sve i .

Osobine transponovanja :

1. $(A + B)^T = A^T + B^T$
2. $(\lambda A)^T = \lambda A^T$
3. $(A^T)^T = A$
4. $(AB)^T = B^T A^T$

Primjeri:

1.

• Date su matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Izračunati:

a) $2A - B = ?$

b) $(A^T + B)^T = ?$

2.

Ako su date matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ izračunati:

a) $A \cdot C + B = ?$

b) $B \cdot C^T = ?$